ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Γ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΘΕΩΡΙΑ

1Ποια είναι τα κύρια στοιχεία του τριγώνου ;

3 **Τι ισχύει για τις γωνίες ενός τριγώνου ;**
4 **Τι καλείται περιεχόμενη γωνία και τι προσκείμενες γωνίες ;**

Σε κάθε τρίγωνο οι πλευρές και οι γωνίες του ονομάζονται **κύρια στοιχεία** του τριγώνου.

Οι πλευρές ενός τριγώνου ΑΒΓ που βρίσκονται απέναντι από τις γωνίες του Α,Β,Γ συμβολίζονται αντιστοίχως α, β, γ.

Για τις γωνίες κάθε τριγώνου ισχύει :
Η γωνία του τριγώνου που περιέχεται μεταξύ δύο πλευρών λέγεται περιεχόμενη γωνία των πλευρών αυτών, π.χ. περιεχόμενη γωνία των πλευρών ΑΒ, ΑΓ είναι η γωνία.Α

Οι γωνίες του τριγώνου που έχουν κορυφές τα άκρα μιας πλευράς λέγονται προσκείμενες γωνίες της πλευράς αυτής π.χ. προσκείμενες γωνίες της πλευράς ΒΓ είναι οι Β και Γ .

2. Πως χαρακτηρίζεται ένα τρίγωνο ανάλογα με το είδος των γωνιών του ;

3. Τι καλούμε υποτείνουσα και τι κάθετες πλευρές ;

4. Πως χαρακτηρίζεται ένα τρίγωνο ανάλογα με τις σχέσεις που συνδέουν τις πλευρές ; . Πως ορίζεται η ισότητα τριγώνων και τι προκύπτει από αυτήν ;

5 . Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες, τότε είναι ίσα.

Ισχύει ακόμη και το αντίστροφο. Δηλαδή

6 . Αν δύο τρίγωνα είναι ίσα, τότε θα έχουν τις πλευρές τους και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες μία προς μία.

7. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων ;

<u>1ο κριτήριο ισότητας (Π - Γ - Π)</u> Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.

<u>2ο κριτήριο ισότητας (Γ - Π - Γ).</u> Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και τις προσκείμενες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

<u>3ο κριτήριο ισότητας (Π - Π - Π)</u> Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

8. <u>Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα,</u> όταν έχουν **δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία ή μία αντίστοιχη πλευρά ίση και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση.**

9. Σε ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες. Σε ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να αποδείξετε ότι σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο:
α) Οι γωνίες της βάσης του είναι ίσες.
β) Η διχοτόμος, το ύψος και η διάμεσος που φέρνουμε από την κορυφή προς τη βάση του συμπίπτουν.

Απόδειξη Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) φέρνουμε τη διχοτόμο ΑΔ

α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΔ, ΑΔΓ και παρατηρούμε ότι έχουν:
ΑΔ = ΑΔ, κοινή πλευρά ΑΒ = ΑΓ από την υπόθεση

Α1 =$Α_2$, αφού ΑΔ διχοτόμος της γωνίας .

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, γιατί έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη γωνία τους ίση.

β) Επειδή τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΔΓ είναι ίσα, θα έχουν όλα τα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα,

οπότε = , ΒΔ = ΔΓ και $Δ_1 = Δ_2$. Αφού είναι $Δ_1 = Δ_2$ και $Δ_1 + Δ_2 = 180^o$, θα έχουμε $Δ_1 = Δ_2 = 90^o$, οπότε η διχοτόμος ΑΔ είναι και ύψος. Η διχοτόμος ΑΔ είναι και διάμεσος, αφού ΒΔ = ΔΓ.

2. Να αποδειχθεί ότι κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.

Απόδειξη Φέρουμε τη μεσοκάθετο ε ενός ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ που το τέμνει στο σημείο Μ. Αν Σ είναι τυχαίο σημείο της μεσοκαθέτου, θα αποδείξουμε ότι ΣΑ = ΣΒ. Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΜΣ, ΒΜΣ και παρατηρούμε ότι έχουν: ΣΜ = ΣΜ, κοινή πλευρά και ΑΜ = ΜΒ,αφού το Μ είναι μέσον του ΑΒ. Άρα τα ορθογώνια αυτά τρίγωνα είναι ίσα, γιατί έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές τους ίσες μία προς μία. Αφού τα τρίγωνα είναι ίσα, θα έχουν και τα υπόλοιπα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα, οπότε ΣΑ = ΣΒ.

- **Χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος** Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του. **Αποδεικνύεται ακόμη ότι ισχύει και το αντίστροφο, δηλαδή**
- Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθύγραμμου τμήματος είναι σημείο της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος.

3. Να αποδειχθεί ότι κάθε σημείο της διχοτόμου γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της.

Απόδειξη Φέρνουμε τη διχοτόμο Οz της γωνίας $x\hat{O}y$ και πάνω σ΄ αυτήν παίρνουμε ένα τυχαίο σημείο Α. Αν ΑΒ, ΑΓ είναι οι αποστάσεις του σημείου Α από τις πλευρές της γωνίας (Δηλαδή κάθετες προς τις πλευρές), θα αποδείξουμε ότι ΑΒ = ΑΓ. Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΟΑΒ, ΟΑΓ και παρατηρούμε ότι έχουν: ΟΑ = ΟΑ κοινή πλευρά και $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$, αφού η Οz είναι διχοτόμος της γωνίας $x\hat{O}y$.

$B = \Gamma = 90^0$

Άρα τα ορθογώνια αυτά τρίγωνα είναι ίσα, γιατί έχουν αντίστοιχα μια πλευρά και μια οξεία γωνία ίση. Αφού τα τρίγωνα είναι ίσα, θα έχουν και τα υπόλοιπα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα, οπότε ΑΒ = ΑΓ.

- **Χαρακτηριστική ιδιότητα των σημείων της διχοτόμου μιας γωνίας** Κάθε σημείο της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας.
- ***ΘΕΩΡΙΑ***

10. Αν παράλληλες ευθείες ορίζουν ίσα τμήματα σε μια ευθεία, τότε θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε οποιαδήποτε άλλη ευθεία που τις τέμνει και κατόπιν να εφαρμόσετε το παραπάνω σε ένα τραπέζιο.

Εφαρμογή στο τραπέζιο Σε ένα τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ // ΓΔ) αν από το μέσο Μ της ΑΔ φέρουμε ευθεία ΜΝ παράλληλη προς τις βάσεις του, τότε οι παράλληλες ΑΒ, ΜΝ, ΔΓ, αφού ορίζουν ίσα τμήματα στην ΑΔ, θα ορίζουν ίσα τμήματα και στην ΒΓ. Άρα ΒΝ = ΝΓ.

11. Να αποδείξετε ότι : Αν από το μέσο μιας πλευράς ενός τριγώνου φέρουμε ευθεία παράλληλη προς μία άλλη πλευρά του, τότε αυτή διέρχεται από το μέσο της τρίτης πλευράς του.

Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ, αν από την κορυφή Α φέρουμε ευθεία ε // ΒΓ και από το μέσο Μ της ΑΒ φέρουμε ΜΝ//ΒΓ, τότε οι παράλληλες ε, ΜΝ, ΒΓ αφού ορίζουν ίσα τμήματα στην ΑΒ, θα ορίζουν ίσα τμήματα και στην ΑΓ. Άρα ΑΝ = ΝΓ.

12. Να διαιρέσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ σε τρία ίσα τμήματα με τη βοήθεια κανόνα και διαβήτη .

Μπορούμε να διαιρέσουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ σε τρία ίσα τμήματα με τη βοήθεια κανόνα και διαβήτη ως εξής: Από το σημείο Α φέρουμε μια τυχαία ημιευθεία Αx και πάνω σ΄ αυτήν παίρνουμε με το διαβήτη τρία διαδοχικά ίσα ευθύγραμμα τμήματα ΑΕ, ΕΖ, ΖΗ. Ενώνουμε τα σημεία Β, Η και από τα σημεία Ζ, Ε, Α φέρνουμε ΖΔ, ΕΓ, Αy παράλληλες προς τη ΒΗ. Οι παράλληλες αυτές ορίζουν στην Αx ίσα τμήματα, οπότε θα ορίζουν ίσα τμήματα και στην ΑΒ. Άρα έχουμε ΑΓ = ΓΔ = ΔΒ. Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να διαιρέσουμε το ευθύ-γραμμο ΑΒ σε 4, 5, 6, ..., ν ίσα τμήματα.

13. Τι καλείται λόγος δύο ευθυγράμμων τμημάτων και με τι είναι αυτός ίσος ;

Ο **λόγος** ενός ευθύγραμμου τμήματος ΓΔ προς το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ συμβολίζεται $\frac{\Gamma\Delta}{AB} = \lambda$ και είναι ο αριθμός λ, για τον οποίο ισχύει ΓΔ = λ·ΑΒ.

14. Πότε τα ευθύγραμμα τμήματα α, γ είναι ανάλογα προς τα ευθύγραμμα τμήματα β, δ ; Τι καλείται αναλογία ; Ποιοι όροι καλούνται άκροι και ποιοι μέσοι σε μία αναλογία;

Τα ευθύγραμμα τμήματα α, γ είναι **ανάλογα** προς τα ευθύγραμμα τμήματα β, δ, όταν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$

Τα ευθύγραμμα τμήματα α, δ ονομάζονται **άκροι όροι**, ενώ τα ευθύγραμμα τμήματα **β, γ** ονομάζονται **μέσοι όροι** της αναλογίας.

ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. **Να αποδείξετε ότι : Το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα μέσα δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.**

Σε ΑΒΓ τρίγωνο αν Δ είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ τριγώνου ΑΒΓ, ΔΕ // ΒΓ και ΕΖ // ΑΒ, θα δείξουμε ότι: α) Ζ το μέσον της πλευράς ΒΓκαι β) ΔΕ = ΒΓ α) Στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε Δ μέσο ΑΒ και

ΔΕ // ΒΓ, οπότε Ε μέσο της ΑΓ. Επειδή Ε το μέσο της ΑΓ και ΕΖ // ΑΒ, έχουμε Ζ μέσο ΒΓ. β) Το τετράπλευρο ΔΕΖΒ είναι παραλληλόγραμμο, αφού έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες, άρα ΔΕ = ΒΖ.

2. Να αποδείξετε ότι : Η διάμεσος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας.

Απόδειξη Αν ΑΔ διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^o$) και ΔΕ // ΑΒ, θα αποδείξουμε ότι: α) Ε μέσο της πλευράς ΑΓ β) ΑΔ = ΒΓ Πράγματι : α) Στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε Δ μέσο της ΒΓ και ΔΕ // ΑΒ, οπότε Ε μέσο της ΑΓ. β) Επειδή ΔΕ // ΑΒ και ΑΒ ⊥ ΑΓ, θα είναι ΔΕ ⊥ ΑΓ. Άρα, ΔΕ μεσοκάθετος του ΑΓ και από τη χαρακτηριστική ιδιότητα της μεσοκαθέτου έχουμε ΑΔ = ΔΓ.

- ***ΘΕΩΡΙΑ***

15. Να διατυπωθεί και να αποδειχθεί το Θεώρημα του Θαλή . Ποιες άλλες αναλογίες προκύπτουν από αυτό ;

Αν τρεις ή περισσότερες παράλληλες ευθείες τέμνουν δύο άλλες ευθείες, τότε τα τμήματα που ορίζονται στη μία είναι ανάλογα προς τα αντίστοιχα τμήματα που ορίζονται στην άλλη. Δηλαδή:

16. Πότε δύο πολύγωνα καλούνται όμοια πολύγωνα ; Τι ισχύει για τα όμοια πολύγωνα ; Ποιες πλευρές καλούνται ομόλογες ; Τι καλείται λόγος ομοιότητας ; Ποιες σχέσεις συνδέουν τις ομόλογες πλευρές και τις αντίστοιχες γωνίες των ομοίων πολυγώνων και με τι ισούται ο λόγος των περιμέτρων δυο ομοίων πολυγώνων ;

- **Αν δύο πολύγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες, τότε είναι όμοια.** Δύο οποιεσδήποτε αντίστοιχες πλευρές ομοίων πολυγώνων έχουν τον ίδιο λόγο (π.χ. =2), γι΄ αυτό λέγονται **ομόλογες** και ο λόγος τους λέγεται **λόγος ομοιότητας. Αν δύο πολύγωνα είναι όμοια, τότε έχουν τις ομόλογες πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες.**
- **Ο λόγος των περιμέτρων δύο όμοιων πολυγώνων είναι ίσος με το λόγο ομοιότητας τους**
- **Δύο κανονικά πολύγωνα που έχουν το ίδιο πλήθος πλευρών είναι όμοια.**

17. Πότε δύο τρίγωνα είναι όμοια και τι ισχύει για τα όμοια τρίγωνα ;

• Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι όμοια.

• Είδαμε λοιπόν, ότι αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι όμοια, οπότε θα έχουν και την τρίτη γωνία τους ίση και τις ομόλογες πλευρές τους ανάλογες.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.Θεωρούμε ένα σκαληνό τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρνουμε τη διάμεσο ΑΜ. Από τις κορυφές Β και Γ φέρνουμε καθέτους ΒΔ , ΓΕ στη διάμεσο ΑΜ. Να αποδείξετε ότι ΒΔ = ΓΕ.

2.Θεωρούμε ένα παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Να αποδείξετε ότι οι αποστάσεις των κορυφών του Α και Γ από τη διαγώνιο ΒΔ είναι ίσες.(πρέπει να φέρετε κάθετες προς τη διαγώνιο ΒΔ από τις κορυφές Α και Γ.

3 . Κατασκευάζουμε μια γωνία Ο x y και φέρνουμε τη διχοτόμο της Ο δ. Παίρνουμε ένα σημείο Μ πάνω στην Ο δ και φέρνουμε τις καθέτους ΜΑ και ΜΒ πάνω στις πλευρές Ο x και Ο y της γωνίας. Να αποδείξετε ότι: α) Το τρίγωνο ΑΜΒ είναι ισοσκελές. β) Το τμήμα ΟΜ είναι διχοτόμος της γωνίας ΑΜΒ . γ) Το τμήμα ΟΜ είναι κάθετο στο ΑΒ

4 Να αποδείξετε ότι οι διαγώνιες ενός ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι ίσες.

5 Δίνεται ένα τρίγωνο ΑΒΓ και εξωτερικά αυτού κατασκευάζουμε τα τετράγωνα ΑΒΔΕ και ΑΓΖΗ. Να αποδείξετε ότι ΒΗ = ΓΕ.

6 Σε ένα τρίγωνα ΑΒΓ προεκτείνουμε τη διάμεσο ΑΜ και πάνω σε αυτήν παίρνουμε τμήμα ΜΔ= ΑΜ. Να αποδείξετε ότι: α) τα τρίγωνα Α ΜΒ και ΜΓΔ είναι ίσα β) ΑΒ = Δ Γ γ) οι γωνίες Β△Γ και Α. είναι ίσες.

7 Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών ΑΒ, ΑΓ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ, παίρνουμε σημεία Δ,Ε αντίστοιχα έτσι ώστε ΒΔ = ΓΕ.

Να δείξετε ότι ΑΔΓ = ΑΕ

8. Από το μέσο Δ της βάσης ΒΓ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) φέρουμε τις ΔΕ ⊥ ΡΑ και ΔΖ ⊥ ΓΑ.

Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ΖΔΒ και ΔΓΕ.

9.Σε τρίγωνο ΑΒΓ, φέρουμε τη διάμεσο ΑΜ στην πλευρά ΒΓ και τα σημεία Δ(εντός του τριγώνου) και Ε (εκτός του τριγώνου) στην ευθεία ΑΜ τέτοια ώστε ΜΔ = ΜΕ.

Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΜΕ είναι ίσα.

10. Στη βάση ΒΓ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ, να πάρετε τα σημεία Δ και Ε τέτοια ώστε ΒΔ = ΓΕ.

Να αποδείξετε ότι ΑΔ = ΑΕ.

11. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) και ένα τυχαίο σημείο Κ της πλευράς ΑΒ. Προεκτείνουμε την ΑΓ κατά τμήμα ΓΔ = ΒΚ. Το τμήμα ΚΔ τέμνει τη ΒΓ στο Μ. Προεκτείνουμε και τη ΓΒ κατά τμήμα ΒΕ = ΓΜ.

Να δείξετε ότι :

α). ΚΕ = ΜΔ β) ΚΕΒ = ΓΜΔ γ. το τρίγωνο ΚΕΜ είναι ισοσκελές

12. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ μα ΑΒ = ΑΓ. Αν Μ είναι τυχαίο σημείο του ύψους ΑΔ, να αποδείξετε ότι : α). τα τρίγωνα ΑΜΒ και ΑΜΓ είναι ίσα

β). ΜΒΔ = ΜΓΔ

13. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ), να αποδείξετε ότι :

α. τα ύψη ΒΔ και ΓΕ είναι ίσα β. τα τμήματα ΒΕ και ΓΔ είναι ίσα

14. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Φέρουμε τη διάμεσο ΑΜ και τις αποστάσεις ΒΔ και ΓΕ των κορυφών Β και Γ από την ΑΜ.
Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΕΜ είναι ίσα.

15. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Προεκτείνουμε τη βάση ΒΓ προς τα σημεία Β και Γ και πάνω στις προεκτάσεις παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Ε και Ζ έτσι ώστε ΒΕ = ΓΖ. Να αποδείξετε ότι :
Α. τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΓΖ είναι ίσα Β. το τρίγωνο ΑΕΖ είναι ισοσκελές
Γ. οι αποστάσεις των κορυφών Β και Γ από τις ΑΕ και ΑΖ αντίστοιχα είναι ίσες.

16. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ παίρνουμε τα μέσα Κ , Λ , Μ των πλευρών του. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου ΚΛΜ είναι η μισή της περιμέτρου του τριγώνου ΑΒΓ

17. Κατασκευάζουμε ένα οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ και φέρνουμε το ύψος του ΑΔ. Παίρνουμε τα μέσα Μ , Ν των πλευρών του ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι η περίμετρος του τριγώνου ΔΜΝ είναι η μισή της περιμέτρου του τριγώνου ΑΒΓ

18. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, προεκτείνουμε τη βάση ΒΓ κατά τμήματα ΒΔ = ΓΕ. (Α). Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές
Β. Φέρουμε ΒΚ ΑΔ και ΓΛ ΑΕ. Να αποδείξετε ότι ΒΚ = ΓΛ

19. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ και Μ το μέσο της βάσης ΒΓ.
Από το Μ να φέρετε τα τμήματα ΜΚ και ΜΛ κάθετα προς τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι :
Α. τα τρίγωνα ΚΒΜ και ΛΓΜ είναι ίσα
Β. το τρίγωνο ΑΚΛ είναι ισοσκελές.

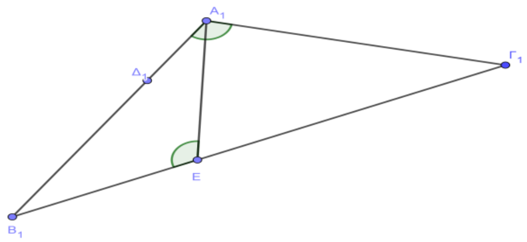
20. Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ φέρνουμε τη διάμεσο ΑΔ και παίρνουμε τα μέσα Ε , Ζ των πλευρών του ΑΒ και ΑΓ. Το τμήμα ΕΖ τέμνει την ΑΔ στο σημείο Κ. Να αποδείξετε ότι η ΑΚ είναι διάμεσος του τριγώνου ΑΕΖ.

21. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^0$, η ΒΓ = 12 cm και η ΑΒ = 2 x+2 cm. Αν το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των πλευρών ΑΓ και ΒΓ αντίστοιχα είναι 2 x–1 cm, να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία Γ

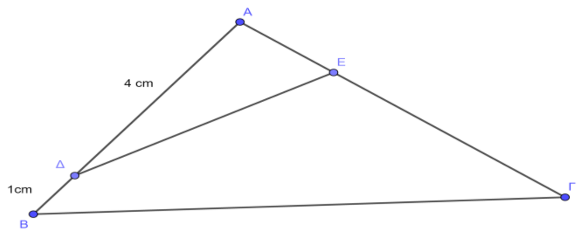
22. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με Β = 90^0 και ΑΒ = 8cm , ΒΓ = 6cm. Φέρνουμε ΔΕ//ΒΓ ώστε η ΑΕ = 4cm. Να υπολογίσετε το τμήμα ΑΔ. [Απ. ΑΔ=3,2cm]

23.. Ένα ορθογώνιο έχει διαστάσεις 5cm , 3cm ενώ ένα άλλο έχει διαστάσεις 15cm , 9cm. Να εξετάσετε αν είναι όμοια.

24. Στο σχήμα είναι ΑΒ = 10cm, ΒΔ = 8cm, ΒΕ = 4cm και ΒΕΔ = ΒΑΓ.
Α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΒΔΕ είναι όμοια.
Β. Να βρεθεί το μήκος της πλευράς ΒΓ.
Γ. Αν το εμβαδόν του τριγώνου ΒΔΕ είναι 10cm , να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ



25. Στο τρίγωνο ΑΒΓ του σχήματος, τα Δ και Ε είναι σημεία των ΑΒ και ΑΓ τέτοια ώστε ΑΕΔ = ΑΒΓ. (Α.) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΕΔ είναι όμοια. (Β). Να γραφεί ο λόγος ομοιότητας λ. (Γ). Αν είναι ΑΔ = 4, ΒΔ = 1 και ΑΓ = 10, να βρείτε το τμήμα ΑΕ..



26 ..Δύο παραλληλόγραμμα ΑΒΓΔ και Α΄Β΄Γ΄Δ΄ έχουν ΑΒ = 7,2dm , ΒΓ = 40cm , Αˆ = Αˆ ′= 650 , Α΄Β΄ = 72cm , Β΄Γ΄ = 4dm. Να εξετάσετε αν είναι όμοια

27 **Δύο παραλληλόγραμμα ΑΒΓΔ και Α΄Β΄Γ΄Δ΄ έχουν ΑΒ = 8cm , ΒΓ = 2cm , Α = Α ′= 70^0 , Α΄Β΄ = 10cm , Β΄Γ΄ = 4cm. Να εξετάσετε αν είναι όμοια**

28 **Σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται ΑΒ = 12 cm και ΑΓ = 18 cm. Από ένα σημείο Δ της ΑΒ τέτοιο ώστε ΑΔ = 8 cm φέρνουμε παράλληλη προς την ΒΓ που τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ε. Αν ΔΕ = 10 cm, να υπολογίσετε τα τμήματα ΑΕ, ΕΓ και ΒΓ. [Απ. ΑΕ=12cm, ΕΓ=6cm, ΒΓ=15cm]**

29 **Για δύο τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΖ δίνονται τα εξής: Α = Ε , Γ = Ζ , ΑΒ = 4cm , ΒΓ = x+6 cm , ΔΕ = x+2 cm , ΔΖ = 4x+8 cm. i) Να αποδείξετε ότι τα δύο τρίγωνα είναι όμοια. ii) Να υπολογίσετε το x. iii) Να αποδείξετε ότι ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων είναι λ = 1/ 3**